

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Теория рядов и её приложения

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Физика

Форма обучения: Очная

Разработчик:

Капкаева Л. С., докт. пед. наук, профессор кафедры математики и методики обучения математике

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 9 от 19.03.2022 года

И. о. зав. кафедрой _____  _____ Храмова Н. А.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - формирование систематизированных знаний в области теории рядов и их приложений, в частности, о понятиях числового и функционального рядов, их свойствах и приложениях в естественных науках, комбинаторике.

Задачи дисциплины:

- выработать умения вычислять конечные суммы, исследовать числовые ряды на сходимость, доказывать свойства и теоремы, относящиеся к теории рядов;
- формировать умения находить область сходимости степенного ряда, раскладывать функции в степенные и тригонометрические ряды и решать прикладные задачи, связанные с этим разложением;
- научить применять методы теории рядов для решения дифференциальных уравнений, приближенных вычислений, доказательств различных тождеств.

В том числе воспитательные задачи:

- формирование мировоззрения и системы базовых ценностей личности;
- формирование основ профессиональной культуры обучающегося в условиях трансформации области профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина К.М.08.ДВ.01.02 «Теория рядов и её приложения» относится к части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина изучается на 4 курсе, в 7 семестре.

Для изучения дисциплины требуется: знание математического анализа.

Освоение дисциплины К.М.08.ДВ.01.02 «Теория рядов и её приложения» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

БЗ.01 Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена;

БЗ.02 Выполнение и защита выпускной квалификационной работы;

К.М.07.15 Численные методы;

К.М.08.14 Математическое моделирование;

К.М.06.04(П) Производственная (научно-исследовательская работа) практика

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Интеграция алгебраического и геометрического методов в решении задач», включает: 01 Образование и наука (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования).

Типы задач и задачи профессиональной деятельности, к которым готовится обучающийся, определены учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Компетенция в соответствии с ФГОС ВО	
Индикаторы достижения компетенций	Образовательные результаты
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	
УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	Знает: – методы критического анализа и синтеза информации. Умеет: – применять системный подход для решения поставленных задач. Владеет: – навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические	

умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	
ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	Знает: – учебное содержание и приемы его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. Умеет: – осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. Владеет: – приемами отбора учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	
ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	Знает: – способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.). Умеет: – осуществлять интеграцию учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.). Владеет: – способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Общая трудоемкость	Общая трудоемкость	Контактная работа	Практические	Лекции	Самостоятельная работа	Вид промежуточной аттестации
Период контроля	Часы	ЗЕТ	Всего			Всего	Зачет
Всего	72	2	54	36	18	18	
Семестр А	72	2	54	36	18	18	Зачет

5. Содержание дисциплины

Модуль 1. Методы суммирования и числовые ряды

Понятие числового ряда и его суммы. Свойства сходящихся числовых рядов. Сходимость рядов с положительными членами. Необходимое условие сходимости. Признаки сравнения. Сходимость рядов с положительными членами: признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши сходимости рядов с неотрицательными членами. Знакопередающие ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Свойства

абсолютно и условно сходящихся рядов. Действия над рядами. Приложения числовых рядов.

Модуль 2. Функциональные ряды и их приложения

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Область определения и область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функциональных последовательностей. Расстояние между функциями. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов и последовательностей. Степенные ряды, радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Методы разложения функций в степенные ряды. Некоторые применения рядов Тейлора. Тригонометрические ряды Фурье. Разложение в ряд Фурье четной и нечетной функций. Разложение в ряд Фурье функции, заданной в произвольном промежутке $[-l, l]$.

5.2. Содержание дисциплины: Лекции (18 ч.)

Модуль 1. Методы суммирования и числовые ряды (8 ч.)

Тема 1. *Понятие числового ряда и его суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости числового ряда (2 ч.).*

Определение числового ряда, общий член ряда. Понятие последовательности частичных (частных) сумм числового ряда, n – я частичная сумма ряда. Определение сходящегося числового ряда, понятия суммы и остатка ряда. Расходящиеся ряды, гармонический ряд. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда и его роль в исследовании рядов на сходимость.

Тема 2. *Сходимость рядов с положительными членами. Признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный (2 ч.).*

Первый признак сравнения рядов с положительными членами и схема его применения к исследованию рядов на сходимость. Понятия мажоранты и миноранты. Второй (предельный) признак сравнения рядов с положительными членами и схема его применения к исследованию рядов на сходимость. Признаки Даламбера, Коши, интегральный сходимости рядов с положительными членами и схемы их применения к исследованию рядов на сходимость. Вычисление суммы ряда с заданной точностью.

Тема 3. *Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница (2 ч.).*

Знакопередающиеся числовые ряды. Понятие абсолютно сходящегося (условно сходящегося) числового ряда. Понятие ряда Лейбница и условия его сходимости. Схема применения признака Лейбница к исследованию сходимости знакопередающихся рядов. Теорема об оценке остатка ряда Лейбница и её применение для нахождения суммы ряда с заданной точностью. Исследование рядов на абсолютную и условную сходимость.

Тема 4. *Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Действия над рядами (2 ч.).*

Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов. Свойства условно сходящихся числовых рядов. Теорема Римана. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда и условно сходящегося ряда. Действия над рядами, умножение абсолютно сходящихся рядов. Приложения числовых рядов.

Модуль 2. Функциональные ряды и их приложения (10 ч.)

Тема 5. *Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Область определения и область сходимости функционального ряда (2 ч.).*

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Частичная сумма, сумма и остаток функционального ряда. Понятие сходящейся функциональной последовательности в точке и на множестве. Понятие сходящегося функционального ряда в точке и на множестве. Абсолютно (условно) сходящийся функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда.

Тема 6. *Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признак Вейерштрасса (2 ч.).*

Понятие равномерной сходимости функциональной последовательности и функционального ряда. Расстояние между функциями. Необходимые и достаточные условия равномерной сходимости функциональной последовательности. Признак равномерной сходимости на множестве функциональной последовательности. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда. Достаточный признак равномерной сходимости (признак Вейерштрасса). Критерий Коши равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

Тема 7. Степенные ряды, радиус, интервал и область сходимости степенного ряда (2 ч.)

Понятие степенного ряда. Условия сходимости и расходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Схема нахождения радиуса сходимости степенного ряда по степеням x и по степеням $(x - x_0)$. Область сходимости степенного ряда. Схема нахождения области сходимости степенного ряда. Исследование поведения степенного ряда на концах промежутка сходимости.

Тема 8. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Методы разложения функций в степенные ряды (2 ч.)

Применение известных разложений основных элементарных функций и арифметических действий над рядами при разложении функции в ряд. Метод разложения дробно-рациональной функции в степенной ряд путем представления её в виде суммы элементарных дробей. Метод разложения функции в ряд путем её интегрирования. Метод разложения функции в ряд путем её дифференцирования. Некоторые применения рядов Тейлора: к вычислению приближенных значений функций, вычислению интегралов, решению уравнений, раскрытию неопределенностей.

Тема 9. Тригонометрические ряды Фурье. Разложение в ряд Фурье четной и нечетной функций (2 ч.)

Определение тригонометрического ряда. Понятие ортогональной системы функций. Теорема об ортогональности системы тригонометрических функций. Определение ряда Фурье, коэффициенты Фурье. Достаточные условия разложения функции $f(x)$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$ (теорема Дирихле). Особенности разложения в ряд Фурье четной и нечетной функций, заданных на отрезке $[-\pi, \pi]$. Разложение функции, заданной в промежутке $[0, \pi]$, в тригонометрический ряд.

5.3. Содержание дисциплины: Практические занятия (36 ч.)

Модуль 1. Методы суммирования и числовые ряды (18 ч.)

Тема 1. Понятие числового ряда и его суммы. Свойства сходящихся рядов (2 ч.)

1. Определение числового ряда, общий член ряда.
2. Понятие последовательности частичных (частных) сумм числового ряда, n – я частичная сумма ряда.
3. Определение сходящегося числового ряда, понятия суммы и остатка ряда. Расходящиеся ряды, гармонический ряд.
4. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда. Решение задач.

Тема 2. Сходимость рядов с положительными членами. Необходимое условие сходимости. Первый признак сравнения (2 ч.)

1. Необходимое условие сходимости числового ряда и его роль в исследовании рядов на сходимость.
2. Первый признак сравнения рядов с положительными членами и схема его применения к исследованию рядов на сходимость. Понятия мажоранты и миноранты.
3. Решение задач.

Тема 3. Сходимость рядов с положительными членами. Предельный признак сравнения (2 ч.)

3. Второй (предельный) признак сравнения рядов с положительными членами и схема его применения к исследованию рядов на сходимость.
4. Обобщенный гармонический ряд и условия его сходимости.

3. Решение задач.

Тема 4. *Сходимость рядов с положительными членами. Признаки Даламбера и Коши (2 ч.)*

1. Признак Даламбера сходимости рядов с положительными членами и схема его применения к исследованию рядов на сходимость.

2. Решение задач: исследование рядов на сходимость с помощью признака Даламбера.

Тема 5. *Сходимость рядов с положительными членами. Признак Коши (2 ч.)*

1. Признак Коши сходимости рядов с неотрицательными членами и схема его применения к исследованию рядов на сходимость.

2. Решение задач: исследование рядов на сходимость с помощью признака Коши.

3. Вычисление суммы ряда с заданной точностью. Решение задач.

Тема 6. *Сходимость рядов с положительными членами. Интегральный признак Коши (2 ч.)*

1. Интегральный признак Коши сходимости рядов с положительными членами и схема его применения к исследованию рядов на сходимость.

2. Исследование рядов на сходимость путем обоснованного выбора в каждом случае подходящего признака сходимости.

3. Самостоятельная работа.

Тема 7. *Знакопередающие ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница (2 ч.)*

1. Знакопередающие числовые ряды. Понятие абсолютно сходящегося (условно сходящегося) числового ряда.

2. Понятие ряда Лейбница и условия его сходимости. Схема применения признака Лейбница к исследованию сходимости знакопередающих рядов. Решение задач.

3. Теорема об оценке остатка ряда Лейбница и её применение.

4. Исследование рядов на абсолютную и условную сходимость. Решение задач

Тема 8. *Вычисление суммы знакопередающего ряда. Теорема об оценке остатка ряда Лейбница (2 ч.)*

1. Теорема об оценке остатка ряда Лейбница и её применение.

2. Исследование рядов на абсолютную и условную сходимость.

3. Решение задач

Тема 9. *Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Действия над рядами (2 ч.)*

1. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов.

2. Свойства условно сходящихся числовых рядов. Теорема Римана.

3. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда и условно сходящегося ряда.

4. Действия над рядами, умножение абсолютно сходящихся рядов. Решение задач.

Модуль 2. Функциональные ряды и их приложения (18 ч.)

Тема 10. *Функциональные последовательности и ряды (2 ч.)*

1. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Частичная сумма, сумма и остаток функционального ряда.

2. Понятие сходящейся функциональной последовательности в точке и на множестве.

3. Понятие сходящегося функционального ряда в точке и на множестве.

Абсолютно (условно) сходящийся функциональный ряд.

4. Область сходимости функционального ряда. Решение задач.

Тема 11. *Равномерная сходимость функциональных последовательностей. Расстояние между функциями (2 ч.)*

1. Понятие равномерной сходимости функциональной последовательности на множестве. Расстояние между функциями.

2. Признак равномерной сходимости функциональной последовательности.

3. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Решение задач.

Тема 12. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса (2 ч.)

1. Определение равномерно сходящегося функционального ряда. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда.
2. Достаточный признак равномерной сходимости функционального ряда (признак Вейерштрасса). Решение задач.
3. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных рядов.

Тема 13. Свойства равномерно сходящихся рядов и последовательностей (2 ч.)

1. Достаточные условия непрерывности предельной функции последовательности и суммы функционального ряда.
2. Теоремы о почленном интегрировании и почленном дифференцировании функционального ряда.
3. Применение теорем о почленном интегрировании и дифференцировании рядов к нахождению суммы ряда. Решение задач.

Тема 14. Степенные ряды. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда (2 ч.)

1. Понятие степенного ряда. Условия сходимости и расходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
2. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Схема нахождения радиуса сходимости степенного ряда по степеням x и по степеням $(x - x_0)$.
3. Область сходимости степенного ряда. Исследование поведения степенного ряда на концах промежутка сходимости.

Тема 15. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора (2 ч.)

1. Понятие ряда Тейлора, ряд Маклорена. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора на заданном промежутке. Разложения основных элементарных функций в ряд Тейлора.
3. Применение известных разложений основных элементарных функций при разложении функции в ряд.
4. Метод разложения дробно-рациональной функции в степенной ряд
5. Применение дифференцирования и интегрирования рядов при разложении их в ряд.

Тема 16. Некоторые применения рядов Тейлора (2 ч.)

1. Применение рядов к вычислению приближенных значений функций.
2. Приближенные вычисления определенных интегралов.
3. Применение рядов к решению уравнений.
4. Применение рядов к раскрытию неопределенностей при вычислении пределов.

Тема 17. Тригонометрические ряды Фурье (2 ч.)

1. Определение периодической функции, свойства периодических функций.
2. Определение тригонометрического ряда. Понятие ортогональной системы функций. Теорема об ортогональности системы тригонометрических функций.
4. Определение ряда Фурье, коэффициенты Фурье. Достаточные условия разложения функции $f(x)$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$ (теорема Дирихле). Решение задач.

Тема 18. Разложение в ряд Фурье четной и нечетной функций (2 ч.)

1. Особенности разложения в ряд Фурье четной и нечетной функций, заданных на отрезке $[-\pi, \pi]$.
2. Разложение функции, заданной в промежутке $[0, \pi]$, в тригонометрический ряд.
3. Формулы для разложения функции $f(x)$, заданной в произвольном промежутке $[-l, l]$ в ряд Фурье.
4. Нахождение суммы числового ряда при помощи разложения соответствующей функции в ряд Фурье.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

7 семестр (18 ч.)

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Модуль 1. Методы суммирования и числовые ряды (9 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий.

Выполнение индивидуальных заданий.

Вид СРС: Подготовка к тестированию.

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю.

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе.

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Модуль 2. Функциональные ряды и их приложения (9 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий.

Выполнение индивидуальных заданий.

Вид СРС: Подготовка к тестированию.

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю.

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе.

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

7. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1. Компетенции и этапы формирования

№ п/п	Оценочные средства	Компетенции, этапы их формирования
1.	Социально-гуманитарный модуль	УК-1
2.	Коммуникативно-цифровой модуль	УК-1
3	Модуль здоровьесберегающий	-
4.	Психолого-педагогический модуль	ПК-3
5.	Модуль воспитательной деятельности	-
6.	Модуль учебно-исследовательской и проектной деятельности	УК-1
7.	Предметно-методический модуль «Информатика»	ПК-1, ПК-3
8.	Предметно-методический модуль «Математика»	УК-1, ПК-1, ПК-3

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

а, критерии оценивания и уровень сформированности компетенции			
2 (не зачтено) ниже порогового	3 (зачтено) пороговый	4 (зачтено) базовый	5 (зачтено) повышенный
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач			
УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.			
Не применяет логические формы и процедуры, не способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	С существенными недочетами применяет логические формы и процедуры, частично способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	С отдельными недочетами применяет логические формы и процедуры, способен с помощью к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач			

ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.			
Не умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	С существенными недочетами умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	С отдельными недочетами умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов			
ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).			
Не владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	С существенными недочетами владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	С отдельными недочетами (частично) владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	Полностью владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	Шкала оценивания по БРС
	Зачет	
Повышенный	Зачтено	90 – 100%
Базовый	Зачтено	76 – 89%
Пороговый	Зачтено	60 – 75%
Ниже порогового	Незачтено	Ниже 60%

8.3. Вопросы промежуточной аттестации

7 семестр (Зачет, УК-1, ПК-1, ПК-3)

1. Сформулируйте определения числового ряда и его суммы. Приведите примеры. Объясните связь числового ряда и числовых последовательностей, понятие остатка ряда.

2. Опишите понятия сходящегося и расходящегося рядов. Приведите примеры. Исследуйте сумму членов геометрической прогрессии. Сформулируйте свойства сходящихся рядов. Приведите примеры их применения.

3. Сформулируйте и докажите необходимое условие сходимости числового ряда. Приведите пример, иллюстрирующий необходимое условие сходимости ряда. Опишите гармонический ряд.

4. Сформулируйте критерий Коши сходимости числового ряда и критерий Коши

расходимости ряда.

5. Опишите гармонический ряд и докажите его расходимость с помощью критерия Коши.

6. Опишите обобщенный гармонический ряд. Докажите сходимость этого ряда при $\alpha > 1$, используя ограниченность его частичных сумм.

7. Опишите ряд с неотрицательными членами, приведите примеры. Сформулируйте и докажите необходимое и достаточное условие сходимости числового ряда с неотрицательными членами.

8. Сформулируйте признаки сравнения (простой и предельный) сходимости рядов с неотрицательными членами. Опишите схему их применения, приведите примеры. Объясните, что такое мажоранта и миноранта?

9. Сформулируйте предельный признак Даламбера сходимости рядов с неотрицательными членами. Объясните схему его применения к исследованию числовых рядов, приведите пример.

10. Сформулируйте предельный признак Коши сходимости рядов с неотрицательными членами. Объясните схему его применения к исследованию числовых рядов, приведите пример.

11. Сформулируйте интегральный признак сходимости рядов с неотрицательными членами. Объясните схему его применения к исследованию числовых рядов, приведите пример. Опишите «дзета-функцию Римана».

12. Опишите знакочередующийся ряд. Сформулируйте определения абсолютно сходящегося ряда и условно сходящегося ряда. Приведите примеры. Сформулируйте и докажите теорему о сходимости абсолютно сходящегося ряда.

13. Опишите понятие ряда Лейбница, приведите пример. Сформулируйте и докажите теорему о сходимости ряда Лейбница. Объясните схему применения признака Лейбница к исследованию числовых рядов.

14. Опишите процесс нахождения суммы знакочередующегося ряда с заданной точностью. Приведите пример.

15. Сформулируйте признаки Абеля и Дирихле сходимости числовых рядов. Объясните схему их применения к исследованию числовых рядов.

16. Сформулируйте свойства абсолютно сходящихся рядов и одно из них докажите. Сравните эти свойства со свойствами конечных сумм. Приведите примеры. Объясните правило умножения абсолютно сходящихся рядов.

17. Сформулируйте определение условно сходящегося ряда, приведите примеры. Сравните свойства условно сходящихся рядов со свойствами конечных сумм. Сформулируйте теорему Римана для условно сходящихся рядов.

18. Сформулируйте определения функциональной последовательности и функционального ряда. Приведите примеры. Опишите понятия суммы и остатка функционального ряда, сформулируйте определения функциональной последовательности, ограниченной на множестве, возрастающей (убывающей) на множестве. Приведите примеры.

19. Сформулируйте определения сходящихся в точке (на множестве) функциональной последовательности и функционального ряда. Опишите понятия суммы, остатка, частичной суммы ряда. Сформулируйте необходимое условие сходимости функционального ряда.

20. Опишите понятия абсолютно сходящегося функционального ряда и области сходимости функционального ряда. Приведите примеры.

21. Введите понятие степенного ряда, приведите примеры. Сформулируйте и докажите теорему Абеля о сходимости степенного ряда. Приведите его геометрическую интерпретацию. Какие три случая сходимости степенного ряда возможны?

22. Введите понятие радиуса сходимости степенного ряда по степеням x . Сформулируйте теорему о радиусе сходимости степенного ряда. Объясните схему нахождения радиуса сходимости степенного ряда.

23. Объясните схему нахождения области сходимости степенного ряда. Какое множество точек может составлять область сходимости степенного ряда? Как соотносятся

радиусы сходимости данного ряда, ряда, полученного из данного дифференцированием и ряда, полученного из данного интегрированием?

24. Сформулируйте и докажите теорему о единственности разложения функции в степенной ряд. Сформулируйте определение ряда Тейлора. Опишите ряд Маклорена.

25. Сформулируйте теорему, выражающую достаточный признак сходимости ряда Тейлора. Опишите разложение показательной функции $f(x) = e^x$ в ряд Тейлора, проверьте выполнение достаточного условия разложимости этой функции в ряд Тейлора.

26. Опишите разложение тригонометрических функций $f(x) = \sin x$ и $f(x) = \cos x$ в ряд Тейлора, проверьте выполнение достаточного условия разложимости этих функций в ряд Тейлора.

27. Сформулируйте определение ряда Тейлора. Опишите разложение логарифмической функции $f(x) = \ln(1 + x)$ в ряд Тейлора, укажите промежуток сходимости этого ряда.

28. Опишите разложение в ряд Тейлора степени бинома $(1 + x)^\alpha$. Укажите промежуток сходимости этого ряда. Приведите частные случаи разложения степени бинома в ряд Тейлора.

29. Опишите методы разложения функций в степенные ряды: дифференцирование, интегрирование, разложение на сумму простейших дробей, приведите примеры.

30. Опишите схему применения степенных рядов к приближенным вычислениям, приведите примеры.

31. Сформулируйте определения тригонометрического ряда и ортогональной системы функций в отрезке $[a, b]$.

32. Сформулируйте определение ряда Фурье и запишите формулы для коэффициентов ряда Фурье.

33. Объясните особенности ряда Фурье четной и нечетной функций.

34. Опишите достаточные условия сходимости ряда Фурье к функции $f(x)$.

35. Объясните разложение функции, заданной в промежутке $[0, \pi]$, в тригонометрический ряд.

36. Объясните разложение функции, заданной в промежутке $[-l, l]$, в тригонометрический ряд.

8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме *зачета*.

Зачет по дисциплине имеет цель оценить сформированность общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

Устный ответ на зачете.

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Тесты

При определении уровня достижений студентов с помощью тестового контроля необходимо обращать особое внимание на следующее:

- оценивается полностью правильный ответ;

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

- преподавателем должна быть определена максимальная оценка за тест, включающий определенное количество вопросов;
- преподавателем может быть определена максимальная оценка за один вопрос теста;
- по вопросам, предусматривающим множественный выбор правильных ответов, оценка определяется исходя из максимальной оценки за один вопрос теста.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки. Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу. Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Асланов, Р. М. Математический анализ: краткий курс [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Р. М. Асланов, О. В. Ли, Т. Р. Мурадов. - М. : Прометей, 2014. - 284 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=426687&sr=1
2. Капкаева, Л. С. Теория рядов и её приложения : методические рекомендации для студентов высших учебных заведений направления «Педагогическое образование» / Л. С. Капкаева; Морд. гос. пед. университет. – Саранск, РИЦ МГПУ, 2022. – 106 с.
3. Математический анализ : учеб. пособие для бакалавров / под общ. ред. А. М. Кытманова. - М. : Юрайт, 2014. – 607 с.
4. Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа : учеб. пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. – 5-е изд. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 672 с.

Дополнительная литература

1. Волков, В.А. Ряды Фурье. Интегральные преобразования Фурье и Радона / В.А. Волков ; науч. ред. Р.М. Минькова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – 33 с. – <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276566>.
2. Долгополова, А. Ф. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Ф. Долгополова, Т. А. Колодяжная. - Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2012. – 168 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>
3. Гурьянова, К. Н. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / К. Н. Гурьянова, У. А. Алексеева, В. В. Бояршинов. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – 332 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>
3. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа : Учеб. для вузов : В 2-х т. Т. 2 : Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных / Л.Д. Кудрявцев. - 5-е изд. ; перераб. и доп. – М. : Дрофа, 2004, 2006. – 720 с.

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://school-collection.edu.ru> - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов
2. http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma - Математический анализ: учебники, лекции, сайты, примеры. В данном разделе предлагаются ссылки на лучшие материалы по математическому анализу.

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- регулярно выполняйте задания для самостоятельной работы, своевременно отчитывайтесь преподавателю об их выполнении;
- изучив весь материал, проверьте свой уровень усвоения содержания дисциплины и готовность к сдаче зачета/экзамена, выполнив задания и ответив самостоятельно на примерные вопросы для промежуточной аттестации.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные понятия и категории по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к промежуточной аттестации;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на аудиторном занятии;
- повторите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к обсуждению вопросов по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к аудиторным занятиям.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к промежуточной аттестации;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы;
- проработайте содержание источника, сформулируйте собственную точку зрения на проблему с опорой на полученную информацию.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

13. Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (учебный мультимедийный комплекс трибуна, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Лицензионное программное обеспечение:

- Microsoft Windows 7 Pro – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- Microsoft Office Professional Plus 2010 – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- 1С: Университет ПРОФ – Лицензионное соглашение № 10920137 от 23.03.2016 г.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ).

Школьный кабинет математики.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Лицензионное программное обеспечение:

- Microsoft Windows 7 Pro – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- Microsoft Office Professional Plus 2010 – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- 1С: Университет ПРОФ – Лицензионное соглашение № 10920137 от 23.03.2016 г.

Помещение для самостоятельной работы.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Лицензионное программное обеспечение:

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

- Microsoft Windows 7 Pro – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
 - Microsoft Office Professional Plus 2010 – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- 1С: Университет ПРОФ – Лицензионное соглашение № 10920137 от 23.03.2016 г.